# Atteignabilité dans les automates temporisés et stochastiques

Pierre Carlier

Université de Mons, Institut de Mathématique
ENS Cachan, LSV & CNRS (France)

13 avril 2016

# Model-checking

$$\begin{tikzcd}
\boxed{\text{Système réel}} \arrow[r, phantom, "\overset{?}{\models}"] \arrow[d] & \boxed{\text{Propriété du système}} \arrow[d] \\
\boxed{\text{Modèle mathé-matique } M} \arrow[r, phantom, "\overset{?}{\models}"] & \boxed{\text{Propriété du modèle } \varphi}
\end{tikzcd}$$

# Model-checking

$$\begin{tikzcd} \boxed{\text{Système réel}} \arrow[r, phantom, "\overset{?}{\models}"] \arrow[d] & \boxed{\text{Propriété du système}} \arrow[d] \\ \boxed{\text{Modèle mathé-matique } M} \arrow[r, phantom, "\overset{?}{\models}"] & \boxed{\text{Propriété du modèle } \varphi} \end{tikzcd}$$

- **Question** : existe-t-il un algorithme décidant si oui ou non $M \models \varphi$ ?

# Model-checking probabiliste

$$\begin{array}{ccc} \boxed{\text{Système réel}} & \overset{?}{\models} & \boxed{\text{Propriété du système}} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \boxed{\text{Modèle mathématique probabiliste } M} & \overset{?}{\models} & \boxed{\text{Propriété du modèle } \varphi} \end{array}$$

# Model-checking probabiliste

$$\boxed{\text{Système réel}} \overset{?}{\models} \boxed{\text{Propriété du système}}$$

$$\downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \downarrow$$

$$\mathbb{P}\left(\boxed{\text{Modèle mathématique probabiliste } M} \models \boxed{\text{Propriété du modèle } \varphi}\right) = ?$$

# Model-checking probabiliste

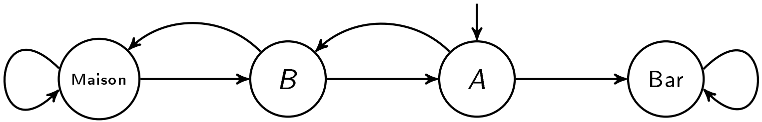
Système réel $\overset{?}{\models}$ Propriété du système

$\downarrow$ $\downarrow$

$\mathbb{P}\Big($ Modèle mathématique probabiliste $M$ $\models$ Propriété du modèle $\varphi$ $\Big) = ?$

- **Question** : existe-t-il un algorithme approchant $\mathbb{P}(M \models \varphi)$ ?

# Définition




## Definition

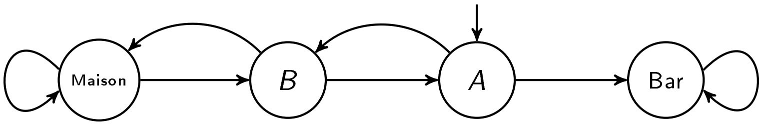
Un *système de transition* est un tuple $TS = (S, s_0, \rightarrow)$ où :

(i) $S$ est un ensemble d'états,

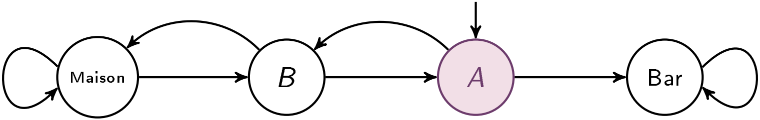
(ii) $s_0 \in S$ est l'état initial,

(iii) $\rightarrow \subseteq S \times S$ est une relation de transition.

# Exécutions

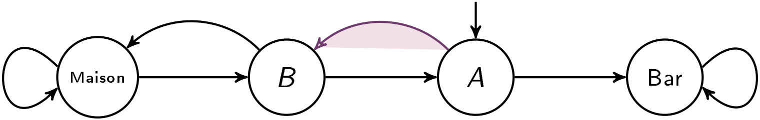


# Exécutions



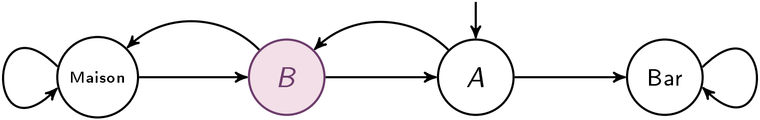

- $A$

# Exécutions



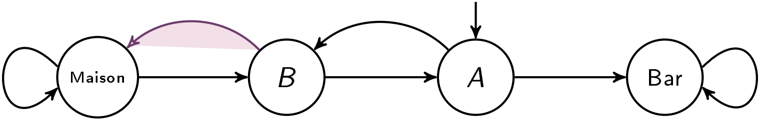

- $A \rightarrow$

# Exécutions



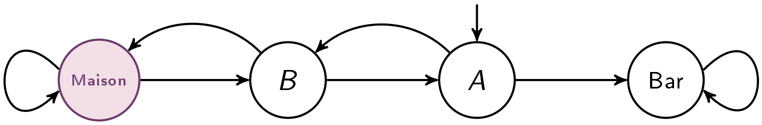

- $A \to B$

# Exécutions



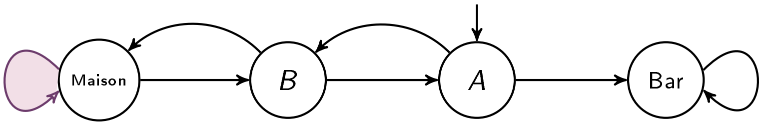

- $A \rightarrow B \rightarrow$

# Exécutions



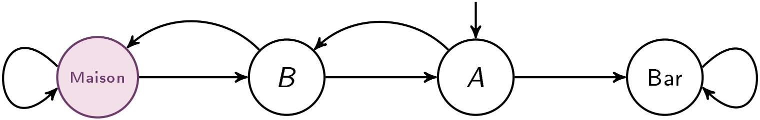

- $A \to B \to$ Maison

# Exécutions



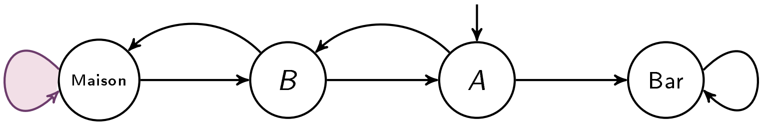

- $A \to B \to$ Maison $\to$

# Exécutions



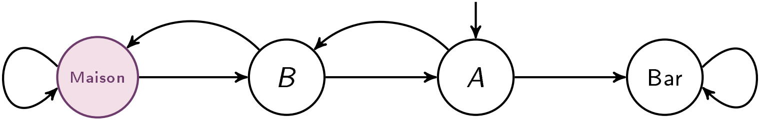

- $A \rightarrow B \rightarrow$ Maison $\rightarrow$ Maison

# Exécutions



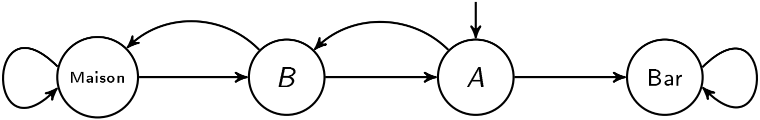

- $A \to B \to$ Maison $\to$ Maison $\to$

# Exécutions



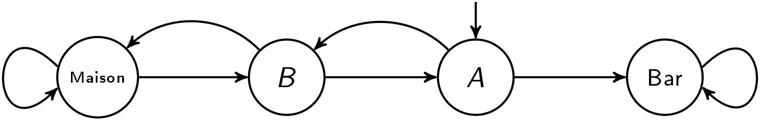

- $A \to B \to$ Maison $\to$ Maison $\to$ Maison

# Exécutions



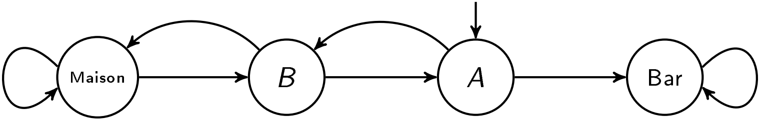

- $A \to B \to \text{Maison} \to \text{Maison} \to \text{Maison} \to \cdots$

# Exécutions



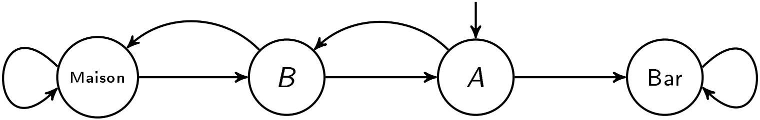

- $A \to B \to \text{Maison} \to \text{Maison} \to \text{Maison} \to \cdots$
- $A \to B \to A \to \text{Bar} \to \text{Bar} \to \cdots$

# Exécutions




- $A \to B \to \text{Maison} \to \text{Maison} \to \text{Maison} \to \cdots$
- $A \to B \to A \to \text{Bar} \to \text{Bar} \to \cdots$
- $A \to B \to \text{Maison} \to B \to \text{Maison} \to B \to \cdots$

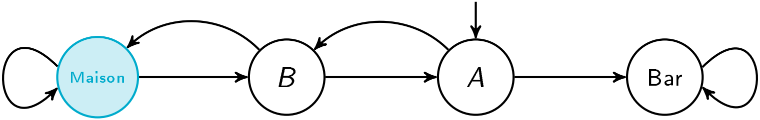
# Exécutions



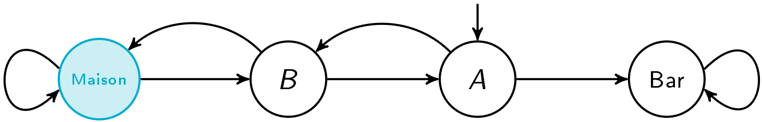

- $A \to B \to$ Maison $\to$ Maison $\to$ Maison $\to \cdots$
- $A \to B \to A \to$ Bar $\to$ Bar $\to \cdots$
- $A \to B \to$ Maison $\to B \to$ Maison $\to B \to \cdots$

$\rightsquigarrow$ Exécution= suite infinie d'états reliés par des transitions.

# Model-checking : atteignabilité

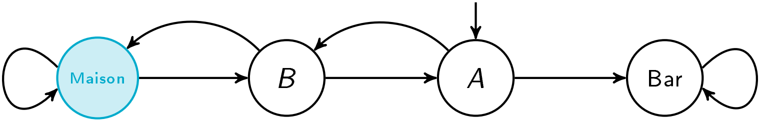


# Model-checking : atteignabilité




**Question** : peut-on rentrer chez soi depuis un état donné ?

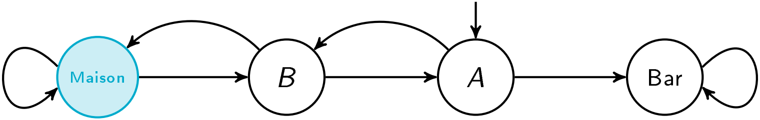
# Model-checking : atteignabilité




**Question** : peut-on rentrer chez soi depuis un état donné ?

- **Depuis A**, oui : $A \to B \to$ Maison $\to \cdots$

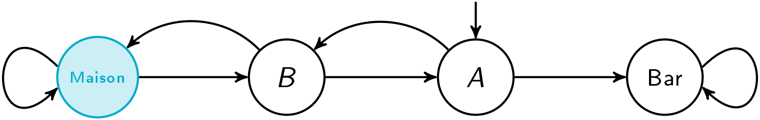
# Model-checking : atteignabilité




**Question** : peut-on rentrer chez soi depuis un état donné ?

- **Depuis A**, oui : $A \rightarrow B \rightarrow$ Maison $\rightarrow \cdots$
- **Depuis B ou Maison**, oui.

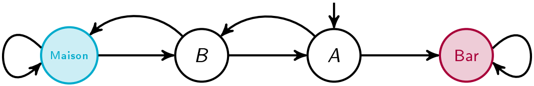
# Model-checking : atteignabilité



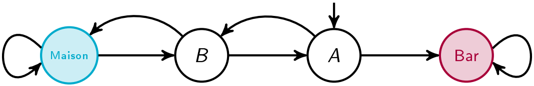

**Question** : peut-on rentrer chez soi depuis un état donné ?

- **Depuis A**, oui : $A \to B \to$ Maison $\to \cdots$
- **Depuis B ou Maison**, oui.
- **Depuis Bar**, non : Bar $\to$ Bar $\to$ Bar $\to \cdots$, seule exécution possible depuis Bar.

# Décidabilité

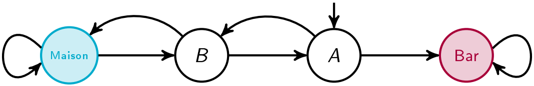


# Décidabilité




Existence d'un algorithme décidant si $TS \models \mathbf{F}\,\text{Maison}$ ?

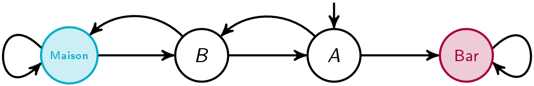
# Décidabilité




Existence d'un algorithme décidant si $TS \models \mathbf{F}$ Maison ?

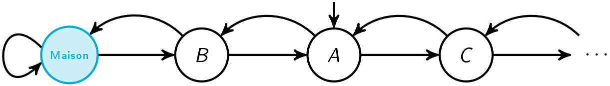
- Si $TS$ est fini : oui.

# Décidabilité

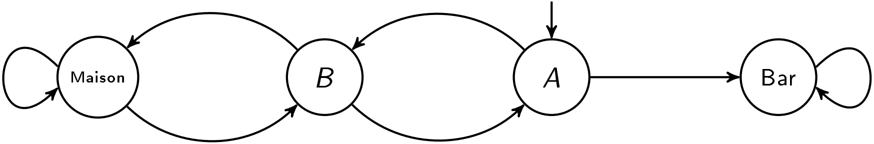



Existence d'un algorithme décidant si $TS \models \mathbf{F}\,\mathsf{Maison}$ ?

- Si $TS$ est fini : oui.
- Si $TS$ est infini : pas forcément.



# Définition




## Definition

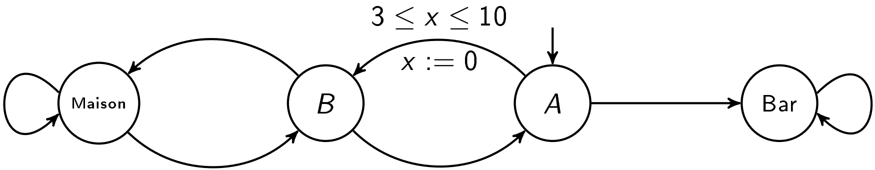
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E)$ où :

(i) $L$ est un ensemble fini de locations et $l_0 \in L$ est la location initiale,

(ii) $X$ est un ensemble fini d'*horloges*,

(iii) $E \subseteq L \times \mathcal{G}(X) \times 2^X \times L$ est un ensemble fini d'arêtes.

# Définition




## Definition

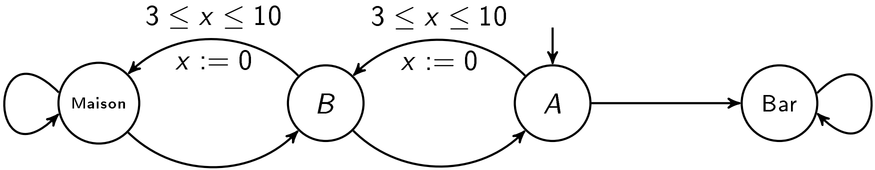
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E)$ où :

(i) $L$ est un ensemble fini de locations et $l_0 \in L$ est la location initiale,

(ii) $X$ est un ensemble fini d'*horloges*,

(iii) $E \subseteq L \times \mathcal{G}(X) \times 2^X \times L$ est un ensemble fini d'arêtes.

# Définition




## Definition

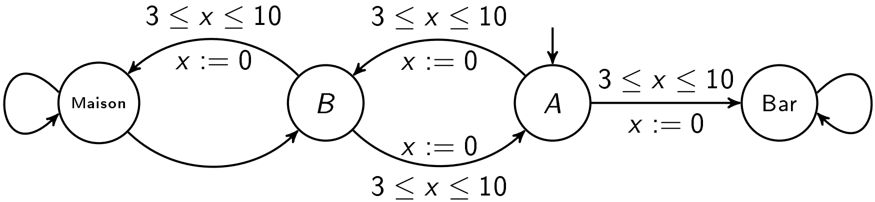
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E)$ où :

(i) $L$ est un ensemble fini de locations et $l_0 \in L$ est la location initiale,

(ii) $X$ est un ensemble fini d'*horloges*,

(iii) $E \subseteq L \times \mathcal{G}(X) \times 2^X \times L$ est un ensemble fini d'arêtes.

# Définition




## Definition

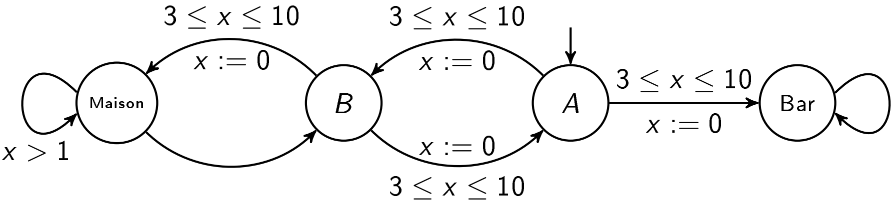
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E)$ où :

(i) $L$ est un ensemble fini de locations et $l_0 \in L$ est la location initiale,

(ii) $X$ est un ensemble fini d'*horloges*,

(iii) $E \subseteq L \times \mathcal{G}(X) \times 2^X \times L$ est un ensemble fini d'arêtes.

# Définition




## Definition

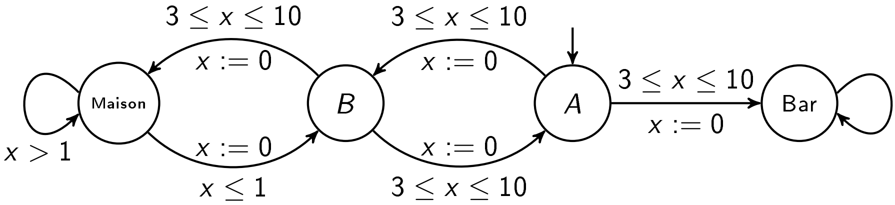
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E)$ où :

(i) $L$ est un ensemble fini de locations et $l_0 \in L$ est la location initiale,

(ii) $X$ est un ensemble fini d'*horloges*,

(iii) $E \subseteq L \times \mathcal{G}(X) \times 2^X \times L$ est un ensemble fini d'arêtes.

# Définition




## Definition

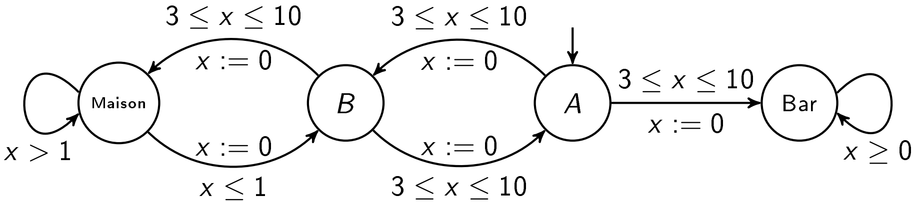
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E)$ où :

(i) $L$ est un ensemble fini de locations et $l_0 \in L$ est la location initiale,

(ii) $X$ est un ensemble fini d'*horloges*,

(iii) $E \subseteq L \times \mathcal{G}(X) \times 2^X \times L$ est un ensemble fini d'arêtes.

# Définition




## Definition

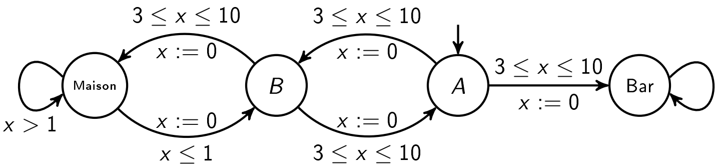
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E)$ où :

(i) $L$ est un ensemble fini de locations et $l_0 \in L$ est la location initiale,

(ii) $X$ est un ensemble fini d'*horloges*,

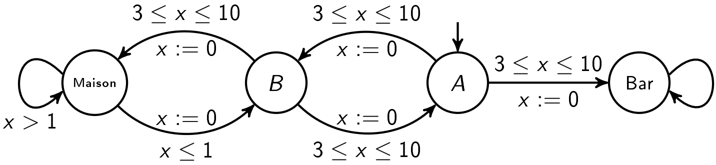
(iii) $E \subseteq L \times \mathcal{G}(X) \times 2^X \times L$ est un ensemble fini d'arêtes.

# Système de transition induit



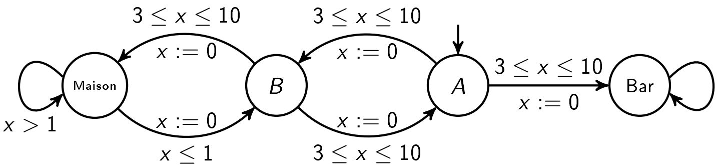

- $(S, s_0, \to)$ :

# Système de transition induit



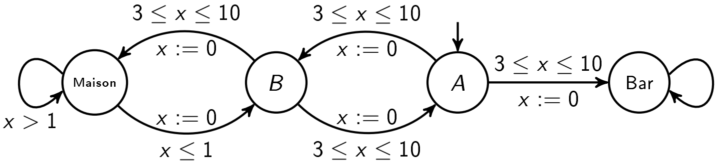

- $(S, s_0, \rightarrow)$ :
  - $S = L \times \mathbb{R}_+$

# Système de transition induit



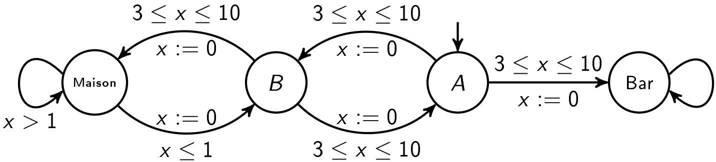

- $(S, s_0, \rightarrow)$ :
  - $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$ ;

## Système de transition induit



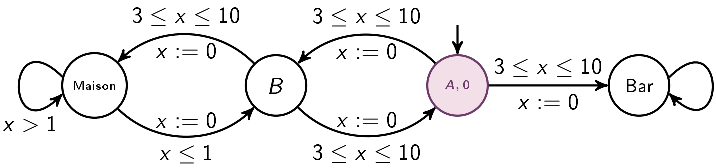

- $(S, s_0, \rightarrow)$ :
  - $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$;
  - $(A, 0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$

# Système de transition induit



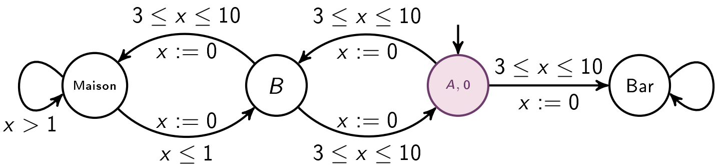

- $(S, s_0, \rightarrow)$ :
  - ▷ $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$ ;
  - ▷ $(A, 0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$ ou $(A, 4.5) \xrightarrow[x:=0]{3 \leq x \leq 10} (B, 0)$.

# Système de transition induit



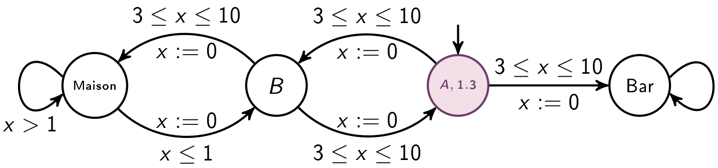

- $(S, s_0, \rightarrow)$ :
  - $S = L \times \mathbb{R}_+ \ \rightsquigarrow\ s_0 = (A, 0)$ ;
  - $(A, 0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$ ou $(A, 4.5) \xrightarrow[x:=0]{3 \leq x \leq 10} (B, 0)$.
- **Exécution** :
  $(A, 0)$

# Système de transition induit



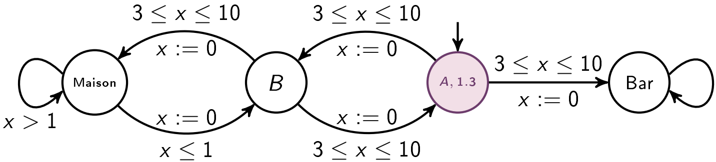

- $(S, s_0, \to)$ :
  - ▷ $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$ ;
  - ▷ $(A, 0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$ ou $(A, 4.5) \xrightarrow[x:=0]{3 \le x \le 10} (B, 0)$.
- **Exécution** :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3}$

# Système de transition induit



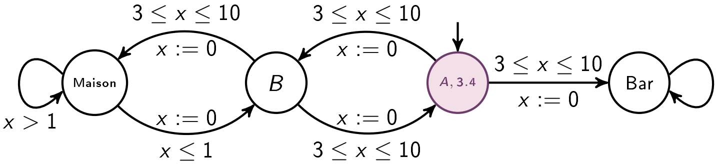

- $(S, s_0, \to)$ :
  - ▷ $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$ ;
  - ▷ $(A, 0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$ ou $(A, 4.5) \xrightarrow[x:=0]{3 \leq x \leq 10} (B, 0)$.
- **Exécution** :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3)$

# Système de transition induit



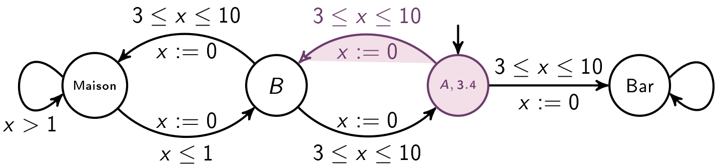

- $(S, s_0, \rightarrow)$ :
  - $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$ ;
  - $(A,0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$ ou $(A, 4.5) \xrightarrow[x:=0]{3 \leq x \leq 10} (B, 0)$.
- **Exécution** :
  $(A,0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3) \xrightarrow{2.1}$

# Système de transition induit



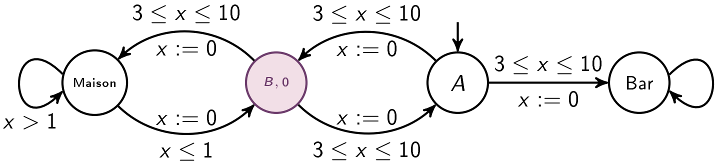

- $(S, s_0, \to)$ :
  - $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$ ;
  - $(A, 0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$ ou $(A, 4.5) \xrightarrow[x:=0]{3 \leq x \leq 10} (B, 0)$.
- **Exécution** :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3) \xrightarrow{2.1} (A, 3.4)$

# Système de transition induit



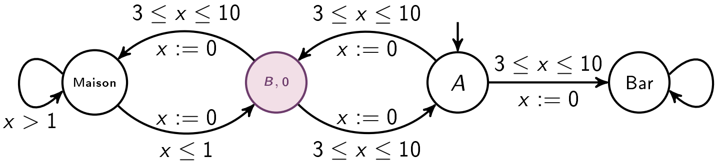

- $(S, s_0, \rightarrow)$ :
  - ▷ $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$ ;
  - ▷ $(A, 0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$ ou $(A, 4.5) \xrightarrow[x:=0]{3 \leq x \leq 10} (B, 0)$.
- **Exécution** :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3) \xrightarrow{2.1} (A, 3.4) \rightarrow$

# Système de transition induit



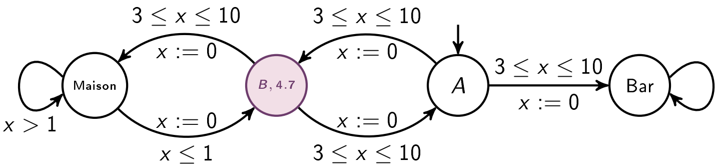

- $(S, s_0, \rightarrow)$ :
  - ▷ $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$ ;
  - ▷ $(A, 0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$ ou $(A, 4.5) \xrightarrow[x:=0]{3 \leq x \leq 10} (B, 0)$.
- **Exécution** :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3) \xrightarrow{2.1} (A, 3.4) \rightarrow (B, 0)$

# Système de transition induit



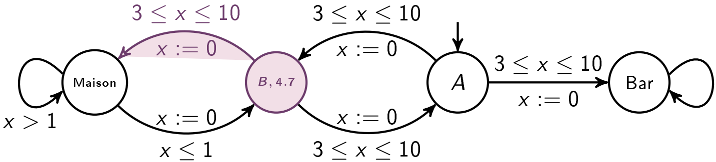

- $(S, s_0, \rightarrow)$ :
  - $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$ ;
  - $(A, 0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$ ou $(A, 4.5) \xrightarrow[x:=0]{3 \leq x \leq 10} (B, 0)$.
- **Exécution** :
  $(A,0)\xrightarrow{1.3}(A,1.3)\xrightarrow{2.1}(A,3.4)\rightarrow(B,0)\xrightarrow{4.7}$

# Système de transition induit



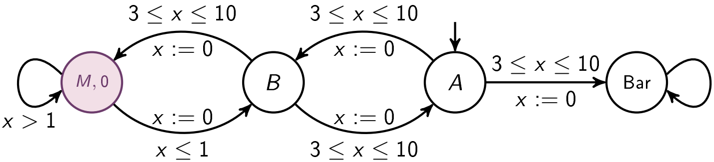

- $(S, s_0, \rightarrow)$ :
  - $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$ ;
  - $(A, 0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$ ou $(A, 4.5) \xrightarrow[x:=0]{3 \leq x \leq 10} (B, 0)$.
- **Exécution** :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3) \xrightarrow{2.1} (A, 3.4) \rightarrow (B, 0) \xrightarrow{4.7} (B, 4.7)$

# Système de transition induit



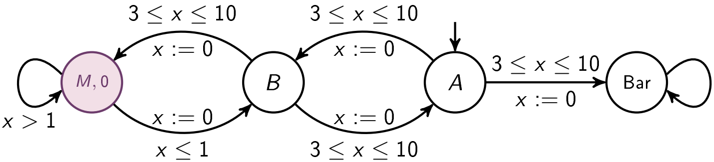

- $(S, s_0, \rightarrow)$ :
  - $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$;
  - $(A, 0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$ ou $(A, 4.5) \xrightarrow[x:=0]{3 \leq x \leq 10} (B, 0)$.
- **Exécution** :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3) \xrightarrow{2.1} (A, 3.4) \rightarrow (B, 0) \xrightarrow{4.7} (B, 4.7) \rightarrow$

# Système de transition induit



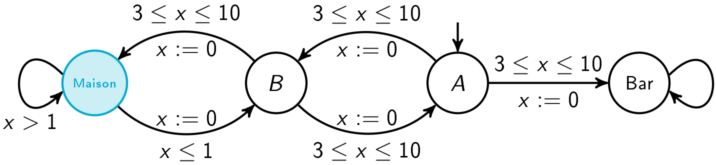

- $(S, s_0, \rightarrow)$ :
  - ▷ $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$ ;
  - ▷ $(A, 0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$ ou $(A, 4.5) \xrightarrow[x:=0]{3\leq x\leq 10} (B, 0)$.
- **Exécution** :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3) \xrightarrow{2.1} (A, 3.4) \rightarrow (B, 0) \xrightarrow{4.7} (B, 4.7) \rightarrow (\text{Maison}, 0)$

# Système de transition induit



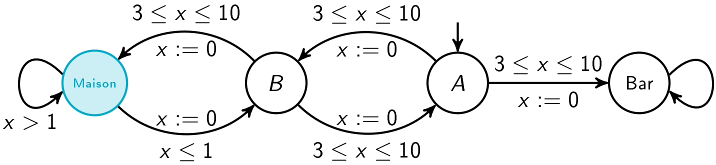

- $(S, s_0, \to)$ :
  - $S = L \times \mathbb{R}_+ \rightsquigarrow s_0 = (A, 0)$ ;
  - $(A, 0) \xrightarrow{4.5} (A, 4.5)$ ou $(A, 4.5) \xrightarrow[x:=0]{3 \leq x \leq 10} (B, 0)$.
- **Exécution** :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3) \xrightarrow{2.1} (A, 3.4) \to (B, 0) \xrightarrow{4.7} (B, 4.7) \to (\text{Maison}, 0) \to \cdots$

# Atteignabilité



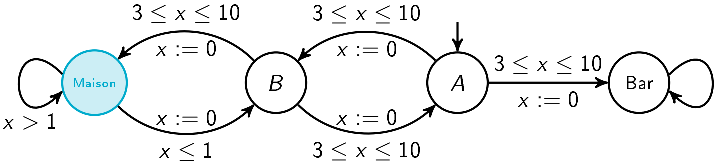

- Atteindre Maison ?

# Atteignabilité



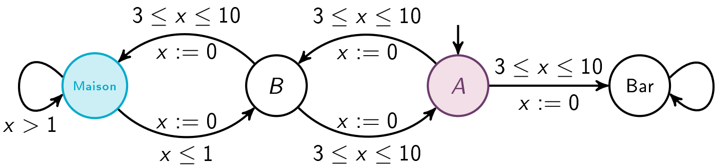

- Atteindre Maison ? Oui :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3) \xrightarrow{2.1} (A, 3.4) \rightarrow (B, 0) \xrightarrow{4.7} (B, 4.7) \rightarrow (\text{Maison}, 0) \rightarrow \cdots$

# Atteignabilité



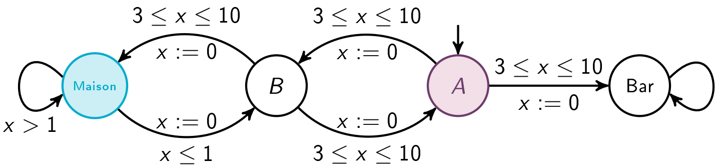

- Atteindre Maison ? Oui :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3) \xrightarrow{2.1} (A, 3.4) \rightarrow (B, 0) \xrightarrow{4.7} (B, 4.7) \rightarrow (\text{Maison}, 0) \rightarrow \cdots$
- Atteindre Maison en moins de 5 minutes ?

# Atteignabilité



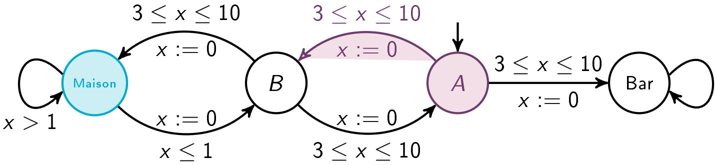

- Atteindre Maison ? Oui :
  $(A,0) \xrightarrow{1.3} (A,1.3) \xrightarrow{2.1} (A,3.4) \rightarrow (B,0) \xrightarrow{4.7} (B,4.7) \rightarrow (\text{Maison},0) \rightarrow \cdots$
- Atteindre Maison en moins de 5 minutes ? Non :
  $(A,0,0)$

# Atteignabilité



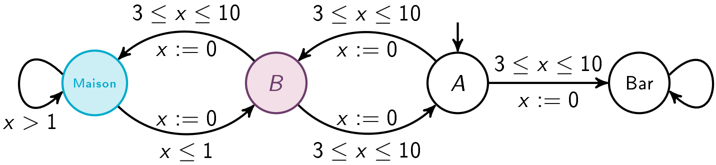

- Atteindre Maison ? Oui :
  $(A,0) \xrightarrow{1.3} (A,1.3) \xrightarrow{2.1} (A,3.4) \rightarrow (B,0) \xrightarrow{4.7} (B,4.7) \rightarrow (\text{Maison},0) \rightarrow \cdots$
- Atteindre Maison en moins de 5 minutes ? Non :
  $(A,0,0) \xrightarrow{3} (A,3,3)$

# Atteignabilité



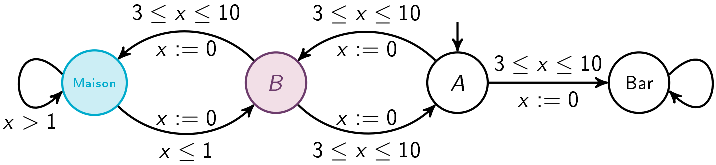

- Atteindre Maison ? Oui :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3) \xrightarrow{2.1} (A, 3.4) \rightarrow (B, 0) \xrightarrow{4.7} (B, 4.7) \rightarrow (\text{Maison}, 0) \rightarrow \cdots$
- Atteindre Maison en moins de 5 minutes ? Non :
  $(A, 0, 0) \xrightarrow{3} (A, 3, 3) \rightarrow$

# Atteignabilité



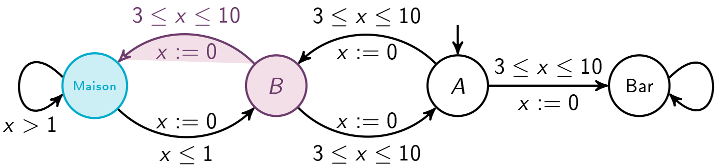

- Atteindre Maison ? Oui :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3) \xrightarrow{2.1} (A, 3.4) \rightarrow (B, 0) \xrightarrow{4.7} (B, 4.7) \rightarrow (\text{Maison}, 0) \rightarrow \cdots$
- Atteindre Maison en moins de 5 minutes ? Non :
  $(A, 0, 0) \xrightarrow{3} (A, 3, 3) \rightarrow (B, 0, 3)$

# Atteignabilité



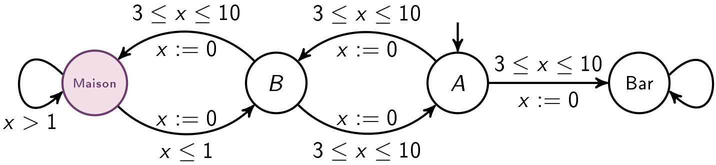

- Atteindre Maison ? Oui :
  $(A,0)\xrightarrow{1.3}(A,1.3)\xrightarrow{2.1}(A,3.4)\rightarrow(B,0)\xrightarrow{4.7}(B,4.7)\rightarrow(\text{Maison},0)\rightarrow\cdots$
- Atteindre Maison en moins de 5 minutes ? Non :
  $(A,0,0)\xrightarrow{3}(A,3,3)\rightarrow(B,0,3)\xrightarrow{3}(B,3,6)$

# Atteignabilité



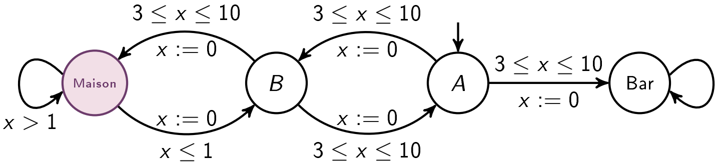

- Atteindre Maison ? Oui :
  $(A, 0) \xrightarrow{1.3} (A, 1.3) \xrightarrow{2.1} (A, 3.4) \rightarrow (B, 0) \xrightarrow{4.7} (B, 4.7) \rightarrow (\text{Maison}, 0) \rightarrow \cdots$
- Atteindre Maison en moins de 5 minutes ? Non :
  $(A, 0, 0) \xrightarrow{3} (A, 3, 3) \rightarrow (B, 0, 3) \xrightarrow{3} (B, 3, 6) \rightarrow$

# Atteignabilité



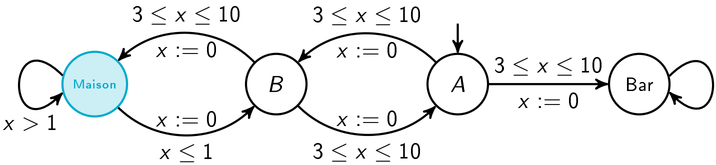

- Atteindre Maison ? Oui : $(A,0)\xrightarrow{1.3}(A,1.3)\xrightarrow{2.1}(A,3.4)\rightarrow(B,0)\xrightarrow{4.7}(B,4.7)\rightarrow(\text{Maison},0)\rightarrow\cdots$
- Atteindre Maison en moins de 5 minutes ? Non : $(A,0,0)\xrightarrow{3}(A,3,3)\rightarrow(B,0,3)\xrightarrow{3}(B,3,6)\rightarrow(\text{Maison},0,6)$

# Atteignabilité

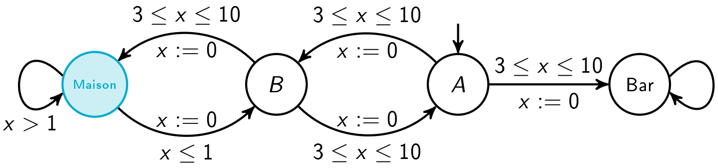



- Atteindre Maison ? Oui :
  $(A,0)\xrightarrow{1.3}(A,1.3)\xrightarrow{2.1}(A,3.4)\rightarrow(B,0)\xrightarrow{4.7}(B,4.7)\rightarrow(\text{Maison},0)\rightarrow\cdots$
- Atteindre Maison en moins de 5 minutes ? Non :
  $(A,0,0)\xrightarrow{3}(A,3,3)\rightarrow(B,0,3)\xrightarrow{3}(B,3,6)\rightarrow(\text{Maison},0,6)\rightarrow\cdots$

# Décidabilité



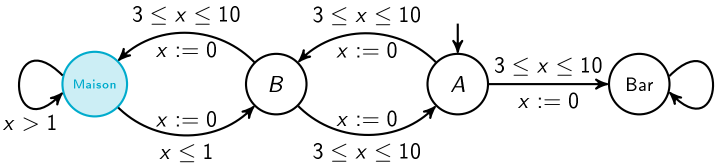
# Décidabilité




Existence d'un algorithme décidant si

- $\mathcal{A} \models \mathbf{F}\,\text{Maison}$ ?
- $\mathcal{A} \models \mathbf{F}\,(\text{Maison} \wedge T \leq 5)$ ?

# Décidabilité

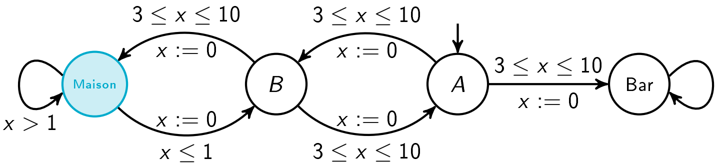



Existence d'un algorithme décidant si

- $\mathcal{A} \models \mathbf{F}\,\text{Maison}$ ?
- $\mathcal{A} \models \mathbf{F}\,(\text{Maison} \wedge T \le 5)$ ?

$\leadsto$ Atteignabilité décidable dans les automates temporisés.

# Décidabilité



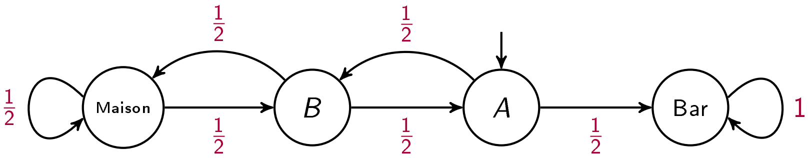

Existence d'un algorithme décidant si

- $\mathcal{A} \models \mathbf{F}\,\text{Maison}$ ?
- $\mathcal{A} \models \mathbf{F}\,(\text{Maison} \wedge T \leq 5)$ ?

$\rightsquigarrow$ Atteignabilité décidable dans les automates temporisés.

- ▷ Via un certain quotient fini...

# Définition




## Definition

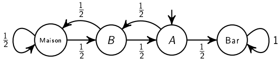
Une *chaîne de Markov* est un tuple $\mathcal{M} = (S, s_0, \to, P)$ où :

(i) $(S, s_0, \to)$ est un système de transition ;

(ii) $P : S \times S \to [0, 1]$, avec $\forall s \in S$, $P(s, \cdot)$ probabilité sur les transitions démarrant en $s$.

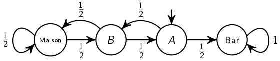
# Mesurer l'ensemble des exécutions

$\mathcal{M} = (S, s_0, \to, P) \rightsquigarrow$ espace probabilisé $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où



# Mesurer l'ensemble des exécutions

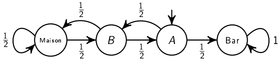
$\mathcal{M} = (S, s_0, \rightarrow, P) \rightsquigarrow$ espace probabilisé $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où




- $\Omega = S^\omega = \{(s_i)_{i \in \mathbb{N}} \mid s_i \in S\}$ ;

# Mesurer l'ensemble des exécutions

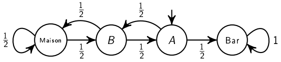
$\mathcal{M} = (S, s_0, \rightarrow, P) \rightsquigarrow$ espace probabilisé $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où




- $\Omega = S^\omega = \{(s_i)_{i\in\mathbb{N}} \mid s_i \in S\}$ ;
- $\Sigma$, $\sigma$-algèbre engendrée par les cylindres :

# Mesurer l'ensemble des exécutions

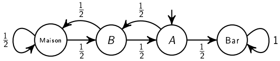
$\mathcal{M} = (S, s_0, \to, P) \rightsquigarrow$ espace probabilisé $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où



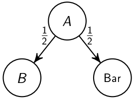

- $\Omega = S^\omega = \{(s_i)_{i\in\mathbb{N}} \mid s_i \in S\}$ ;
- $\Sigma$, $\sigma$-algèbre engendrée par les cylindres :

# Mesurer l'ensemble des exécutions

$\mathcal{M} = (S, s_0, \rightarrow, P) \rightsquigarrow$ espace probabilisé $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où

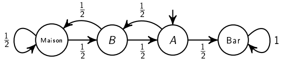



- $\Omega = S^\omega = \{(s_i)_{i \in \mathbb{N}} \mid s_i \in S\}$ ;
- $\Sigma$, $\sigma$-algèbre engendrée par les cylindres :

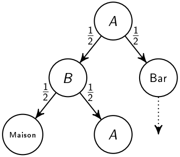


# Mesurer l'ensemble des exécutions

$\mathcal{M} = (S, s_0, \to, P) \rightsquigarrow$ espace probabilisé $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où

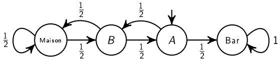



- $\Omega = S^\omega = \{(s_i)_{i\in\mathbb{N}} \mid s_i \in S\}$ ;
- $\Sigma$, $\sigma$-algèbre engendrée par les cylindres :

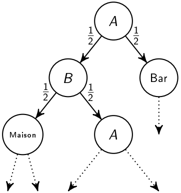


# Mesurer l'ensemble des exécutions

$\mathcal{M} = (S, s_0, \rightarrow, P) \rightsquigarrow$ espace probabilisé $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où

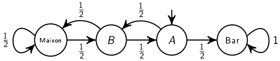



- $\Omega = S^\omega = \{(s_i)_{i \in \mathbb{N}} \mid s_i \in S\}$ ;
- $\Sigma$, $\sigma$-algèbre engendrée par les cylindres :

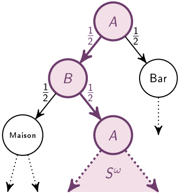


# Mesurer l'ensemble des exécutions

$\mathcal{M} = (S, s_0, \rightarrow, P) \rightsquigarrow$ espace probabilisé $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où

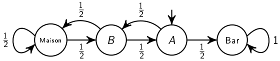



- $\Omega = S^\omega = \{(s_i)_{i \in \mathbb{N}} \mid s_i \in S\}$ ;
- $\Sigma$, $\sigma$-algèbre engendrée par les cylindres :

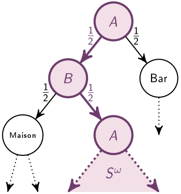


# Mesurer l'ensemble des exécutions

$\mathcal{M} = (S, s_0, \rightarrow, P) \rightsquigarrow$ espace probabilisé $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où

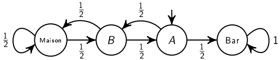



- $\Omega = S^\omega = \{(s_i)_{i \in \mathbb{N}} \mid s_i \in S\}$ ;
- $\Sigma$, $\sigma$-algèbre engendrée par les cylindres :
  - **exemple** : $ABAS^\omega$ ;

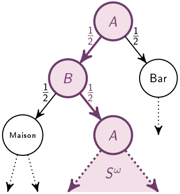


# Mesurer l'ensemble des exécutions

$\mathcal{M} = (S, s_0, \to, P) \rightsquigarrow$ espace probabilisé $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où

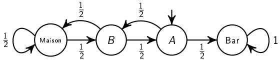



- $\Omega = S^\omega = \{(s_i)_{i\in\mathbb{N}} \mid s_i \in S\}$ ;
- $\Sigma$, $\sigma$-algèbre engendrée par les cylindres :
  - **exemple** : $ABAS^\omega$ ;
  - **en général** : $s_0 s_1 \cdots s_n S^\omega$ ;

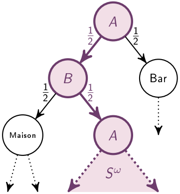


# Mesurer l'ensemble des exécutions

$\mathcal{M} = (S, s_0, \rightarrow, P) \rightsquigarrow$ espace probabilisé $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où

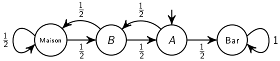



- $\Omega = S^\omega = \{(s_i)_{i\in\mathbb{N}} \mid s_i \in S\}$ ;
- $\Sigma$, $\sigma$-algèbre engendrée par les cylindres :
  - **exemple** : $ABAS^\omega$ ;
  - **en général** : $s_0 s_1 \cdots s_n S^\omega$ ;
- $\mathbb{P}$ définie sur les cylindres :

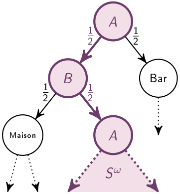


# Mesurer l'ensemble des exécutions

$\mathcal{M} = (S, s_0, \to, P) \rightsquigarrow$ espace probabilisé $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où

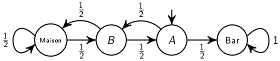



- $\Omega = S^\omega = \{(s_i)_{i\in\mathbb{N}} \mid s_i \in S\}$ ;
- $\Sigma$, $\sigma$-algèbre engendrée par les cylindres :
  - ▷ **exemple** : $ABAS^\omega$ ;
  - ▷ **en général** : $s_0 s_1 \cdots s_n S^\omega$ ;
- $\mathbb{P}$ définie sur les cylindres :
  - ▷ **exemple** : $\mathbb{P}(ABAS^\omega) = P(A, B) \cdot P(B, A) = \frac{1}{4}$ ;

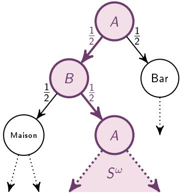


# Mesurer l'ensemble des exécutions

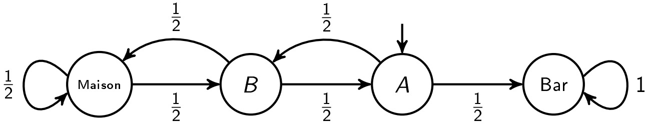
$\mathcal{M} = (S, s_0, \to, P) \rightsquigarrow$ espace probabilisé $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où




- $\Omega = S^\omega = \{(s_i)_{i\in\mathbb{N}} \mid s_i \in S\}$ ;
- $\Sigma$, $\sigma$-algèbre engendrée par les cylindres :
  - **exemple** : $ABAS^\omega$ ;
  - **en général** : $s_0 s_1 \cdots s_n S^\omega$ ;
- $\mathbb{P}$ définie sur les cylindres :
  - **exemple** : $\mathbb{P}(ABAS^\omega) = P(A, B) \cdot P(B, A) = \frac{1}{4}$ ;
  - **en général** : $\mathbb{P}(s_0 s_1 \cdots s_n S^\omega) = P(s_0, s_1) \cdot P(s_1, s_2) \cdots P(s_{n-1}, s_n)$.

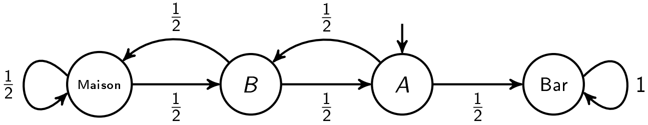


# Model-checking probabiliste




**Atteignabilité** : $\mathbb{P}(\mathcal{M} \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) = ?$

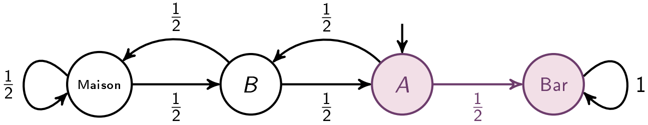
# Model-checking probabiliste




**Atteignabilité** : $\mathbb{P}(\mathcal{M} \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) =?$

- **Question** : $\mathbb{P}(\mathcal{M} \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) = 1$ ?

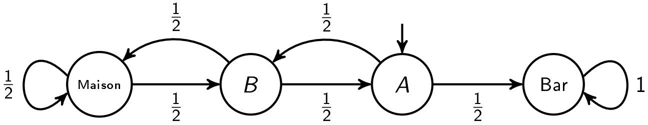
# Model-checking probabiliste




**Atteignabilité** : $\mathbb{P}(\mathcal{M} \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) =?$

- **Question** : $\mathbb{P}(\mathcal{M} \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) = 1$ ? Non : $\mathbb{P}(A\ \text{Bar}S^\omega) = P(A, \text{Bar}) = \frac{1}{2}$.

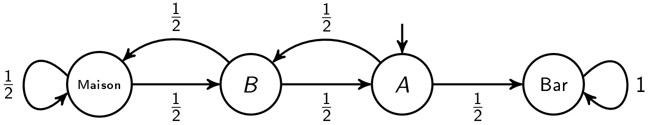
# Model-checking probabiliste




**Atteignabilité** : $\mathbb{P}(\mathcal{M} \models \mathbf{F}\,\mathsf{Maison}) =?$

- **Question** : $\mathbb{P}(\mathcal{M} \models \mathbf{F}\,\mathsf{Maison}) = 1$ ? Non : $\mathbb{P}(A\ \mathsf{Bar} S^\omega) = P(A, \mathsf{Bar}) = \frac{1}{2}$.
- $\mathbb{P}(\mathcal{M} \models \mathbf{F}\,\mathsf{Bar}) = 1$.

# Model-checking probabiliste



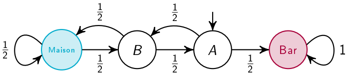

**Atteignabilité** : $\mathbb{P}(\mathcal{M} \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) = ?$

- **Question** : $\mathbb{P}(\mathcal{M} \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) = 1$ ? Non : $\mathbb{P}(A\ \text{Bar}S^{\omega}) = P(A, \text{Bar}) = \frac{1}{2}$.
- $\mathbb{P}(\mathcal{M} \models \mathbf{F}\,\text{Bar}) = 1$.

$\rightsquigarrow$ algorithme pour approcher $\mathbb{P}(\mathcal{M} \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$ ?

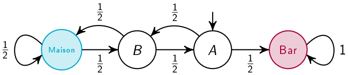
# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.



# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

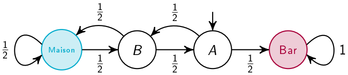
- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.



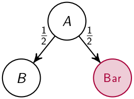

- Déplier la chaîne à partir de $A$ :

# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

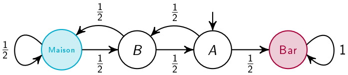



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :

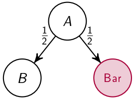


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

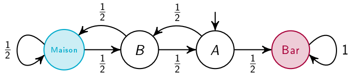



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - $0 = \mathbb{P}(\mathcal{A} \models \mathbf{F}_{\leq 1}\,\text{Maison})$

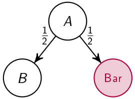


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

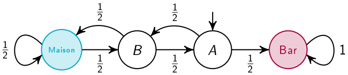



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - ▷ $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$

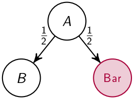


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

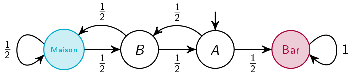



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - ▷ $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq 1 - \mathbb{P}(\mathcal{A} \models \mathbf{F}_{\leq 1}\,\text{Bar})$

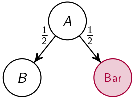


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

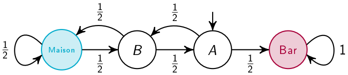



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \;\leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;

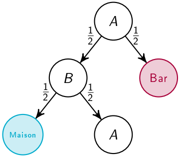


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

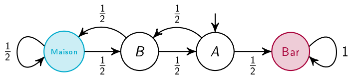



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;

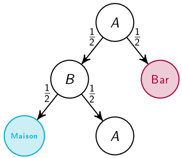


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

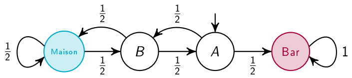
- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.




- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \ \leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;
  - $\frac{1}{4} = \mathbb{P}(\mathcal{A} \models \mathbf{F}_{\leq 2}\,\text{Maison})$

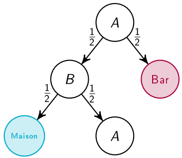


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité



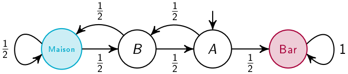

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - ▷ $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;
  - ▷ $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$

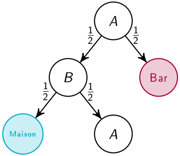


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

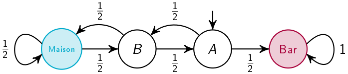



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - ▷ $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;
  - ▷ $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq 1 - \mathbb{P}(\mathcal{A} \models \mathbf{F}_{\leq 2}\,\text{Bar})$

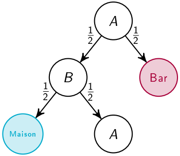


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

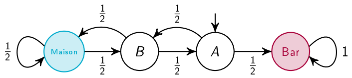



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - ▷ $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \ \leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;
  - ▷ $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \ \leq \frac{1}{2}$ ;

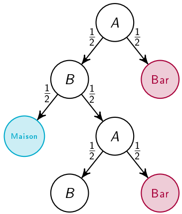


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

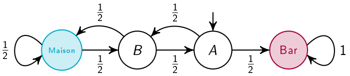



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - ▷ $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \ \leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;
  - ▷ $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \ \leq \frac{1}{2}$ ;

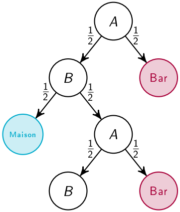


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

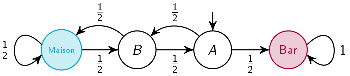



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \;\leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;
  - $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \;\leq \frac{1}{2}$ ;
  - $\frac{1}{4} = \mathbb{P}(\mathcal{A} \models \mathbf{F}_{\leq 3}\,\text{Maison})$

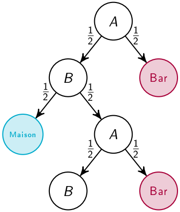


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

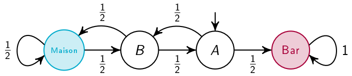



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;
  - $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq \frac{1}{2}$ ;
  - $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$

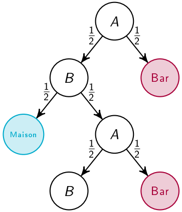


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

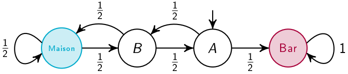



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - ▷ $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \ \leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;
  - ▷ $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \ \leq \frac{1}{2}$ ;
  - ▷ $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq 1 - \mathbb{P}(\mathcal{A} \models \mathbf{F}_{\leq 3}\,\text{Bar})$

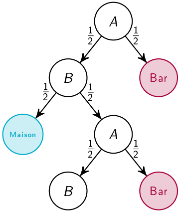


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\, \text{Maison})$.

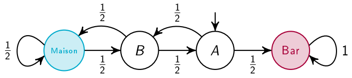



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - ▷ $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\, \text{Maison}) \;\; \leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;
  - ▷ $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\, \text{Maison}) \;\; \leq \frac{1}{2}$ ;
  - ▷ $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\, \text{Maison}) \;\; \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ ;

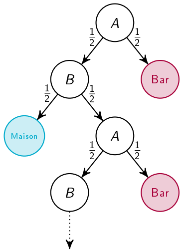


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

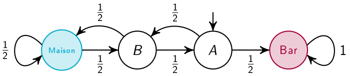



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;
  - $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq \frac{1}{2}$ ;
  - $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ ;
  - $\dots$



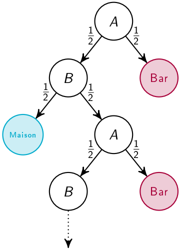
# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.



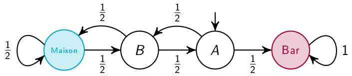

- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \;\; \leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;
  - $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \;\; \leq \frac{1}{2}$ ;
  - $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \;\; \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ ;
  - $\dots$

- Jusqu'à ce que $1 - \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}_{\leq n}\,\text{Bar}) - \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}_{\leq n}\,\text{Maison}) \leq \varepsilon$.

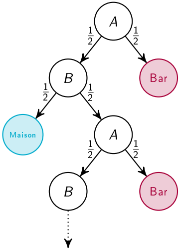


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.

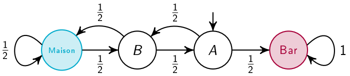



- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - ▷ $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;
  - ▷ $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq \frac{1}{2}$ ;
  - ▷ $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ ;
  - ▷ $\dots$
- Jusqu'à ce que $1 - \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}_{\leq n}\,\text{Bar}) - \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}_{\leq n}\,\text{Maison}) \leq \varepsilon$.
- Chaîne de Markov finie : l'algorithme se termine toujours.

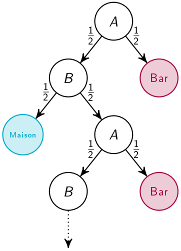


# Algorithme d'approximation pour l'atteignabilité

- **But** : approcher algorithmiquement $\mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison})$.




- Déplier la chaîne à partir de $A$ :
  - ▷ $0 \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ;
  - ▷ $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq \frac{1}{2}$ ;
  - ▷ $\frac{1}{4} \leq \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}\,\text{Maison}) \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ ;
  - ▷ $\ldots$




- Jusqu'à ce que $1 - \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}_{\leq n}\,\text{Bar}) - \mathbb{P}(A \models \mathbf{F}_{\leq n}\,\text{Maison}) \leq \varepsilon$.
- Chaîne de Markov finie : l'algorithme se termine toujours.
- Chaîne de Markov infinie : l'algorithme se termine sous certaines hypothèses.

# Récapitulatif

Systèmes de
transition

# Récapitulatif

Systèmes de transition

$\xrightarrow{\text{temps}}$

Automates temporisés

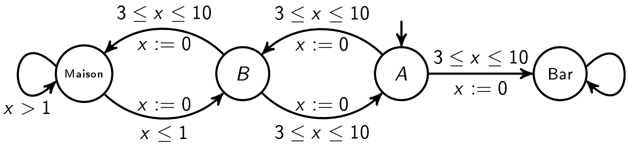
# Récapitulatif

$$
\begin{tikzcd}
 & \text{Systèmes de transition} \arrow[dl, "\text{proba}"'] \arrow[dr, "\text{temps}"] & \\
\text{Chaînes de Markov} & & \text{Automates temporisés}
\end{tikzcd}
$$

# Récapitulatif

$$
\begin{tikzcd}
& \text{Systèmes de transition} \arrow[dl, "\text{proba}"'] \arrow[dr, "\text{temps}"] & \\
\text{Chaînes de Markov} \arrow[dr] & & \text{Automates temporisés} \arrow[dl] \\
& \text{Automates temporisés et stochastiques} &
\end{tikzcd}
$$

# Définition




## Definition

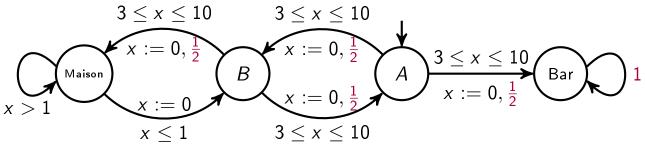
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E, (\mu, p))$ où :

(i) $(L, l_0, X, E)$ est un automate temporisé,

(ii) $\mu : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution de sur les délais,

(iii) $p : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution sur $E$.

# Définition




## Definition

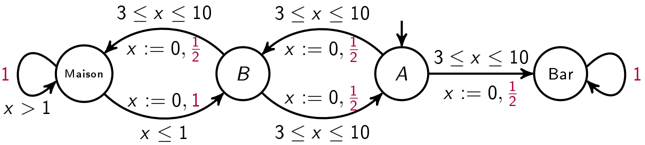
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E, (\mu, p))$ où :

(i) $(L, l_0, X, E)$ est un automate temporisé,

(ii) $\mu : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution de sur les délais,

(iii) $p : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution sur $E$.

# Définition




## Definition

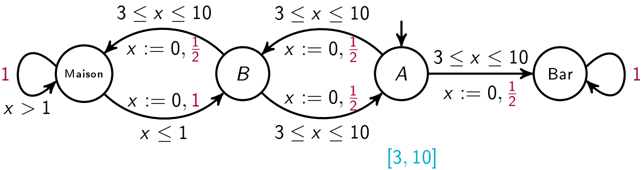
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E, (\mu, p))$ où :

(i) $(L, l_0, X, E)$ est un automate temporisé,

(ii) $\mu : L \times \mathbb{R}_+ \rightarrow$ distribution de sur les délais,

(iii) $p : L \times \mathbb{R}_+ \rightarrow$ distribution sur $E$.

# Définition




## Definition

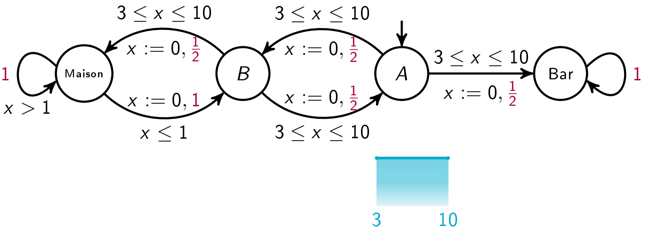
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E, (\mu, p))$ où :

(i) $(L, l_0, X, E)$ est un automate temporisé,

(ii) $\mu : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution de sur les délais,

(iii) $p : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution sur $E$.

# Définition




## Definition

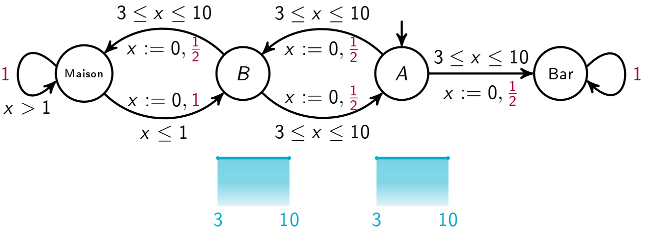
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E, (\mu, p))$ où :

(i) $(L, l_0, X, E)$ est un automate temporisé,

(ii) $\mu : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution de sur les délais,

(iii) $p : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution sur $E$.

# Définition




## Definition

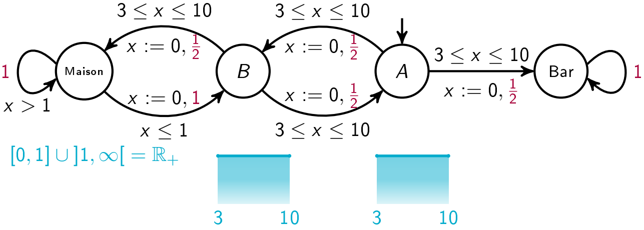
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E, (\mu, p))$ où :

(i) $(L, l_0, X, E)$ est un automate temporisé,

(ii) $\mu : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution de sur les délais,

(iii) $p : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution sur $E$.

# Définition




## Definition

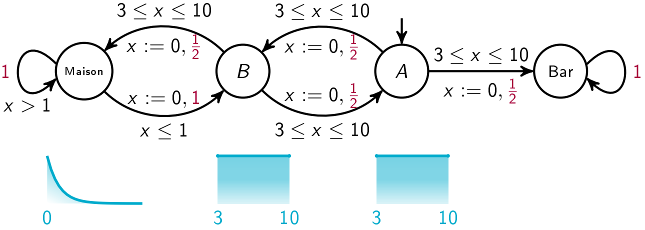
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E, (\mu, p))$ où :

(i) $(L, l_0, X, E)$ est un automate temporisé,

(ii) $\mu : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution de sur les délais,

(iii) $p : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution sur $E$.

# Définition




## Definition

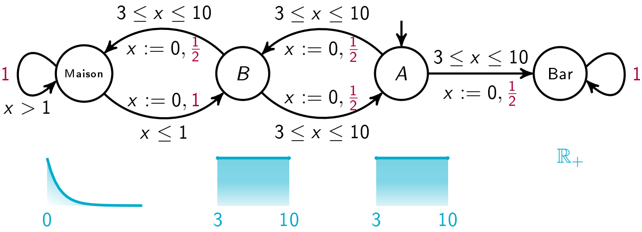
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E, (\mu, p))$ où :

(i) $(L, l_0, X, E)$ est un automate temporisé,

(ii) $\mu : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution de sur les délais,

(iii) $p : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution sur $E$.

# Définition




## Definition

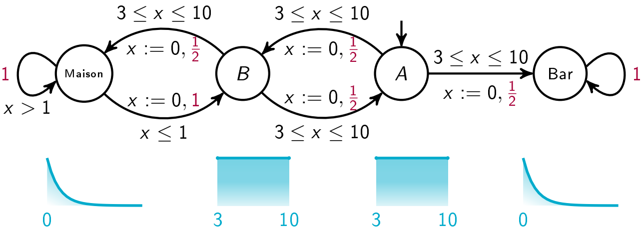
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E, (\mu, p))$ où :

(i) $(L, l_0, X, E)$ est un automate temporisé,

(ii) $\mu : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution de sur les délais,

(iii) $p : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution sur $E$.

# Définition




## Definition

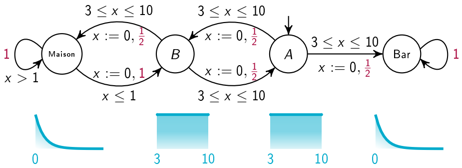
Un *automate temporisé* est un tuple $\mathcal{A} = (L, l_0, X, E, (\mu, p))$ où :

(i) $(L, l_0, X, E)$ est un automate temporisé,

(ii) $\mu : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution de sur les délais,

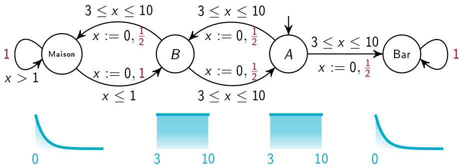
(iii) $p : L \times \mathbb{R}_+ \to$ distribution sur $E$.

# Mesurer l'ensemble des exécutions



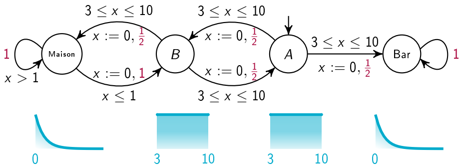

- Système de transition infini et non-dénombrable : $\mathcal{A} = (L \times \mathbb{R}_+, (A, 0), \rightarrow)$.

# Mesurer l'ensemble des exécutions



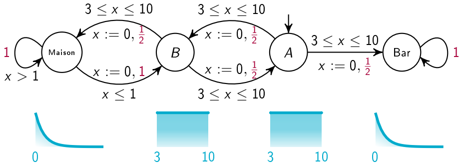

- Système de transition infini et non-dénombrable : $\mathcal{A} = (L \times \mathbb{R}_+, (A, 0), \rightarrow)$.
- Représentation symbolique des exécutions.

# Mesurer l'ensemble des exécutions



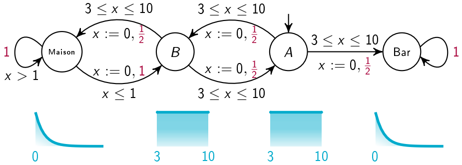

- Système de transition infini et non-dénombrable : $\mathcal{A} = (L \times \mathbb{R}_+, (A, 0), \rightarrow)$.
- Représentation symbolique des exécutions.
- $\rightsquigarrow$ Notion de cylindres similaire aux Chaînes de Markov.

# Mesurer l'ensemble des exécutions



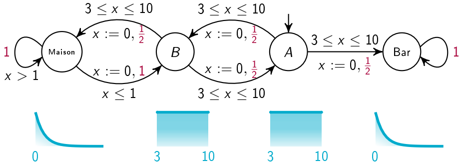

- Système de transition infini et non-dénombrable : $\mathcal{A} = (L \times \mathbb{R}_+, (A, 0), \to)$.
- Représentation symbolique des exécutions.
- $\rightsquigarrow$ Notion de cylindres similaire aux Chaînes de Markov.
- $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ où $\Sigma$ engendré par les cylindres et $\mathbb{P}$ définie sur les cylindres.

# Atteignabilité : algorithme ?



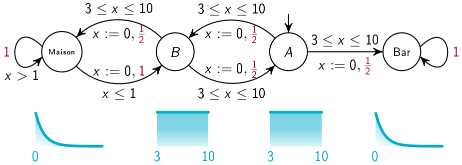

- Approcher
  - $\mathbb{P}(\mathbf{F}\,\text{Maison}) = ?$
  - $\mathbb{P}(\mathbf{F}\,(\text{Maison} \wedge T \leq 7)) = ?$

# Atteignabilité : algorithme ?




- Approcher
  - $\mathbb{P}(\mathbf{F}\,\text{Maison}) = ?$
  - $\mathbb{P}(\mathbf{F}\,(\text{Maison} \wedge T \leq 7)) = ?$
- Même algorithme que dans les chaînes de Markov.

# Atteignabilité : algorithme ?




- Approcher
  - $\mathbb{P}(\mathbf{F}\,\text{Maison}) = ?$
  - $\mathbb{P}(\mathbf{F}\,(\text{Maison} \wedge T \leq 7)) = ?$
- Même algorithme que dans les chaînes de Markov.
- Correct et se termine sous certaines hypothèses raisonnables.
  - Hypothèses toujours vérifiées pour atteignabilité en temps borné $(\mathbf{F}\,(\text{Maison} \wedge T \leq 7))$.

# Conclusion

- **Contribution** : Extension de résultats connus sur les chaînes de Markov aux automates temporisés et stochastiques.

# Conclusion

- **Contribution** : Extension de résultats connus sur les chaînes de Markov aux automates temporisés et stochastiques.
  - **Futur objectif** : algorithmes pour d'autres types de propriétés.

# Conclusion

- **Contribution** : Extension de résultats connus sur les chaînes de Markov aux automates temporisés et stochastiques.
  - **Futur objectif** : algorithmes pour d'autres types de propriétés.
- **Autre aspect de la thèse** : vérification compositionnelle.

# Conclusion

- **Contribution** : Extension de résultats connus sur les chaînes de Markov aux automates temporisés et stochastiques.
  - **Futur objectif** : algorithmes pour d'autres types de propriétés.
- **Autre aspect de la thèse** : vérification compositionnelle.
  - Papier accepté (co-auteurs : Patricia Bouyer, Thomas Brihaye et Quentin Menet).
  - Présentation à Saint-Pétersbourg au mois de juin.